Ejercicios resueltos de Probabilidades y Variables Aleatorias

# Actividad 1: El televisor familiar

Se da la función de densidad:  
f(x) =  
 - x si 0 < x < 1  
 - 2 - x si 1 ≤ x < 2  
 - 0 en otro caso  
  
1) Probabilidad de que una familia use el televisor entre 50 y 90 horas:  
Conversión: 50 → 0,5 ; 90 → 0,9  
P(0.5 < X < 0.9) = ∫₀.₅^₀.₉ x dx = [x²/2] = (0.81 - 0.25)/2 = 0.28  
  
2) Probabilidad de que use menos de 120 horas:  
120 → 1.2  
P(X < 1.2) = ∫₀¹ x dx + ∫₁^1.2 (2 - x) dx = 0.5 + 0.18 = 0.68  
  
3) Media y varianza:  
μ = 1  
σ² = E[X²] - μ² = 7/6 - 1 = 1/6

# Actividad 2: El distribuidor

f(x) = 2 - 2x en 0 < x < 1 (unidades de $50.000)  
g(X) = X² (utilidad)  
  
E[g(X)] = ∫₀¹ x²(2 - 2x) dx = ∫₀¹ (2x² - 2x³) dx = 1/6  
En pesos: (1/6) \* (50000)² = $416.666.666,67

# Actividad 3: El colectivo

Distribución uniforme continua entre 12 y 20 minutos.  
  
1) P(X > 15) = (20 - 15) / (20 - 12) = 5/8 = 0.625  
  
2) Tiempo promedio: μ = (12 + 20) / 2 = 16 minutos

# Actividad 4: Las lamparitas

Distribución normal con μ = 800, σ = 40.  
  
1) P(778 < X < 834):  
Z1 = (778 - 800)/40 = -0.55 ; Z2 = (834 - 800)/40 = 0.85  
P = P(Z < 0.85) - P(Z < -0.55) ≈ 0.8023 - 0.2912 = 0.5111  
  
2) Si otra empresa tiene mayor desviación:  
La probabilidad en el mismo rango será menor (curva más achatada).

# Actividad 5: La cafetería

Distribución exponencial con media 4 minutos → λ = 0.25  
  
P(X < 3) = 1 - e^(-0.75) ≈ 0.5276  
  
Queremos al menos 4 días de 6 → binomial(n=6, p=0.5276)  
P(X ≥ 4) = P(4) + P(5) + P(6) ≈ 0.258 + 0.116 + 0.0216 = 0.3956